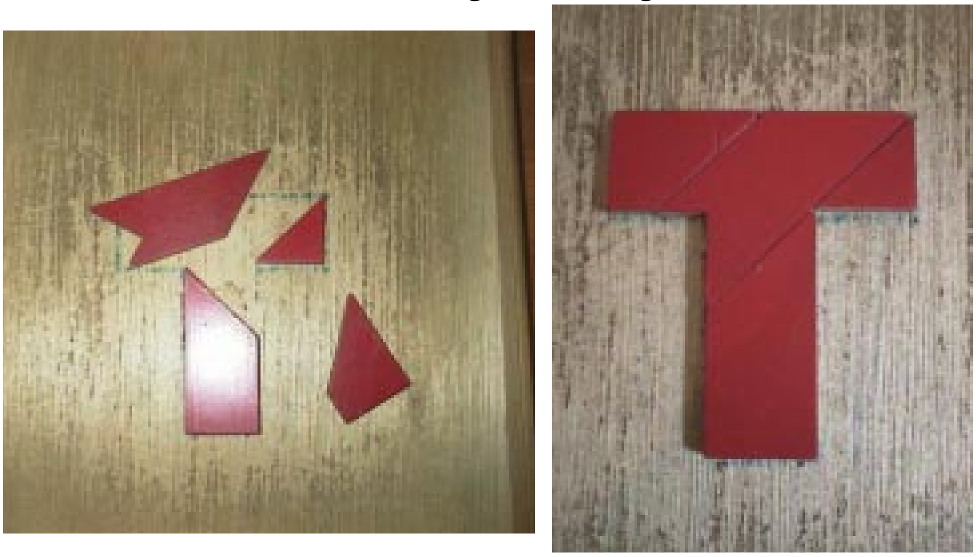
VITENSENTERET

28 T-pussel
(Rev 1.0, 10.09.99)

28.1 Beskrivelse

Bildet under viser hvordan modellen tar seg ut i utstillingen.



Figur 28.1 ***T-pusselet slik vi finner det i utstillingen***

28.2 Oppgaver i utstillingen

Kan du sette sammen disse fire bitene til en T?

Ikke gi deg med det første!

Står du fast kan du få løsningen i resepsjonen.

28.3 Utdypende forklaring med oppgaver

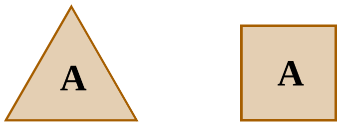
Puslespill av denne typen finnes i et uendelig antall ulike varianter. En spesiell variant av denne type puslespill er de som kan legges på to forskjellige måter og likevel danner to velformede figurer. I dette avsnittet beskrives noen av de mange variantene som er funnet, samt hvordan det er mulig å konstruere en slik oppdelingsgeometri. Slike oppgaver kan være spennende konstruksjonsoppgaver for elever i ungdomsskolen.

Dudeneys triangel

Henry Ernst Dudeney (1857 - 1931) var rundt århundreskiftet Englands ukronede konge når det gjaldt matematiske puslerier. Mange vil også mene at han er den beste gjennom alle tider. Noen vil kanskje mene at den 16 år eldre amerikaneren Sam Loyd var hakket hvassere, men studerer en disse mennene så vil en oppdage at de hadde litt avvikende spesialiteter. Loyd var brilliant når det gjaldt mekaniske puslerier (se avsnitt 8.2), mens Dudeney's talent hellet mot matematiske problemstillinger.

I alt ga Dudeney ut 6 bøker, hvorav tre av dem kom ut etter hans død. I den første boka, "The Canterbury Puzzles" som kom ut i 1907, presenterte han følgende problemstilling:

> *Er det mulig å dele opp en likesidet trekant i et antall brikker slik at disse brikkene satt sammen på en annen måte former et kvadrat?*



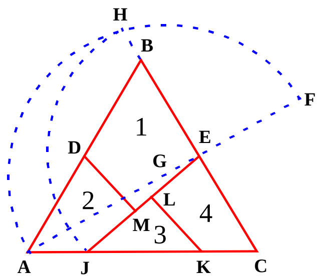
Figur 28.2 Hvordan skal en likesidet trekant deles opp for at det skal være mulig å sette brikkene sammen til et kvadrat?

Siden de er dannet av de samme brikkene, så må jo arealene være like.

Han satte seg også som mål å finne det minste antall brikker som skulle til for at dette skulle være mulig.

Oppgave

Det er selvfølgelig en alt for stor oppgave for elevene å finne en løsning på dette problemet, men det er mulig å lage en konstruksjonsoppgave som elevene kan gjennomføre. Løsningen av denne konstruksjonsoppgaven gir nettopp disse brikkene.



Figur 28.3 Konstruksjon av oppdelingen av triangelet

Framgangsmåten er som følger:

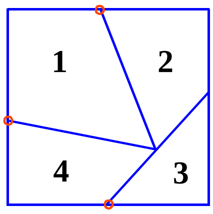
Tegn en likesidet trekant ABC i passende størrelse. La punktene D og E dele siden AB og BC i to like deler. Trekk en linje mellom A og E og forleng denne til F slik at EF er lik BE. La punktet G dele linjen AF i to like deler AG og GF. Med G som sentrum, slå en sirkelbue som går gjennom både A og F, denne buen skjærer forlengelsen av linjen EB i punktet H.

Med punktet E som sentrum, slå en sirkelbue gjennom punktet H (dvs med radius EH) som skjærer linjen AC i punktet J. Dra linjestykket JE. Finn et punkt K på linjen JC som ligger i avstanden BE fra J i retning C. Nedfell normalene fra punktene K og D til linjen JE. Disse normalene treffer linjen JE i punktene M og L.

Trekanten er nå delt opp i fire mindre deler.

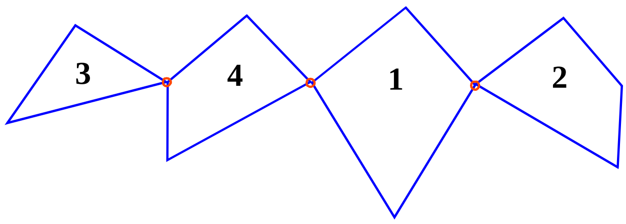
Oppgave

La elevene klippe fra hverandre de fire brikkene og legge brikkene sammen til et kvadrat.



Figur 28.4 Brikkene satt sammen til et kvadrat.

Det geniale med Dudeney's løsning er at dersom en hengsler brikkene sammen i ett av hjørnene, vil en med en enkel bevegelse forvandle figuren fra en trekant til et kvadrat.



Figur 28.5 Brikkene kan hengsles for på denne måten lett å komme fra en firkant til en trekant og omvendt

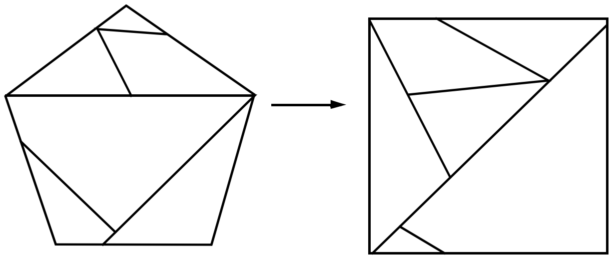
Dudeney fikk laget en modell med messinghengsler som han tok med seg til Royal Society i 1905.

I følge den tyske matematikeren David Hilbert kan et hvilket som helst polygon omdannes til et hvilket som helst annet polygon ved hjelp av et endelig antall kutt.

Andre omforminger

Hilbert klarte i sin tid og vise at et hvilket som helst polygon (mangekant) kan omformes til et kvadrat. Det betyr at et kvadrat også kan omformes til et hvilket som helst polygon. Ut fra dette resonnementet er det mulig å tenke seg at et hvilket som helst polygon kan omdannes til et hvilket som helst annet polygon.

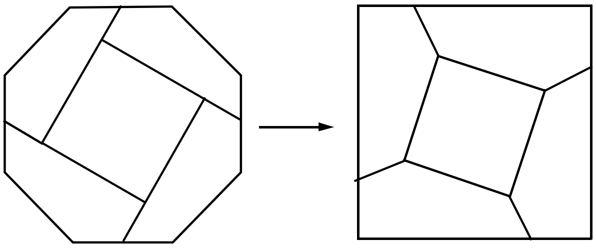
Vi skal i dette avsnittet se på noen eksempler.



Figur 28.6 Fra pentagon til kvadrat

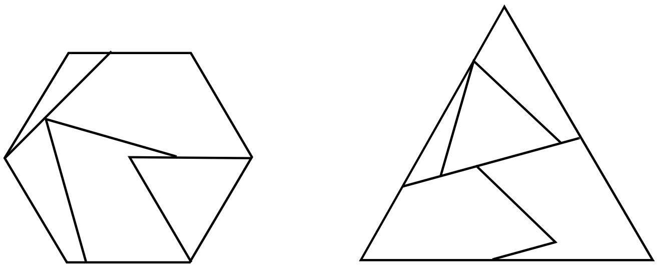
Figuren over viser hvordan en femkant kan deles opp i biter, slik at den kan danne et kvadrat når brikkene omorganiseres.

Omformingen av en åttekant til et kvadrat er imidlertid mer elegant. Figuren under viser hvordan dette kan gjøres.



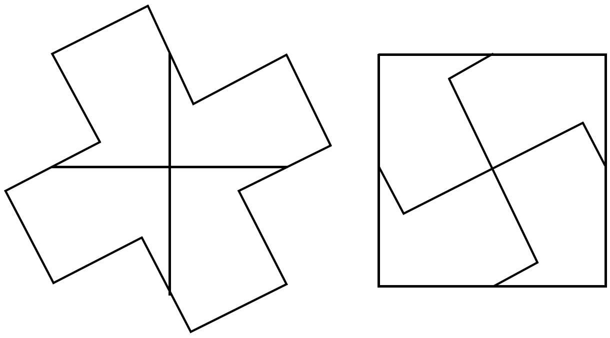
Figur 28.7 Fra heksagon til kvadrat

Det er heller ikke noen forutsetning at resultatet skal bli et kvadrat. I figuren under ser vi hvordan en regulær sekskant blir til en trekant.



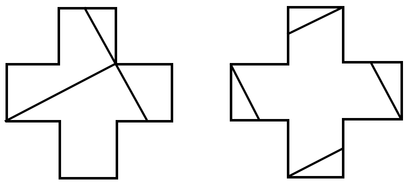
Figur 28.8 Fra heksagon til triangel

Også andre mangekanter kan omdannes. I figurene under ser vi hvordan et kors kan omdannes til et kvadrat på forskjellig måte.



Figur 28.9 Fra gresk kors til kvadrat

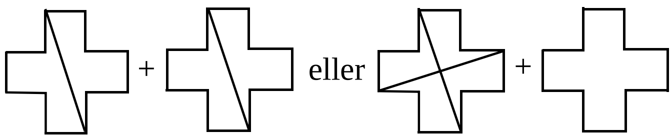
Dette greske korset kan imidlertid deles på mange måter for å oppnå et kvadrat. Under er vist en del varianter som er funnet av Dudeney, som var en sann mester i slike puslerier.



4 deler 5 deler

Figur 28.10 Korsene kan legges som kvadrater.

Det er også mulig å sette sammen delene fra to kors for å ende opp med et kvadrat. Også disse variantene er hentet fra Dudeneys rikholdige utvalg av matematiske finurligheter.



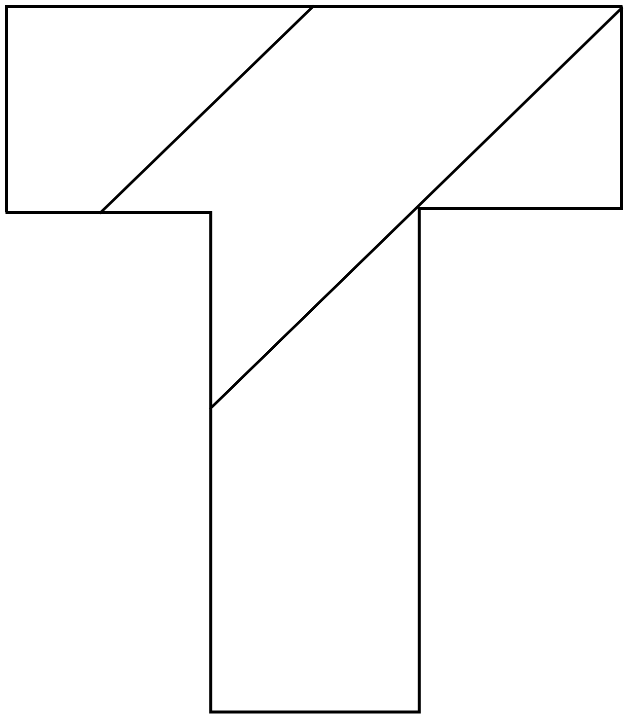
4 deler 5 deler

Figur 28.11 Deler fra to greske kors blir et kvadrat.

VITENSENTERET

Mal til T-pussel

For den som ønsker å benytte dette pusselet i undervisningen, legger vi ved en kopierings-mal som eventuelt kan kopieres opp og deles ut.



Figur 28.12 Mal til T-pussel

28.4 Litteratur

Forøvrig kan mange flere finnes i følgende refereanser.

[1] Martin Gardner, “Mathematical Puzzles and Diversions”, Pelican Book 1973

[2] Stoff om omdanning av mangekanter på nettet
(http://www.astro.virginia.edu/~eww6n/math/Dissection.html
Tilgjengeligheten på denne siden kan være begrenset

[3] H. M. Cundy and A. P. Rollett, “Mathematical Models”, Tarquin Publications 1989, ISBN 0-906212-20-0

[4] Nils kr. Rossing, “Den matematiske krydderhylle - Smakstilsetning for matematikkundervisningen i skolen”, Vitensenteret 1999, ISBN?